

Introdução à estatística

Aula 6 - Teste de Hipótese para duas Amostras Independentes

Felipe Nunes, Ph.D.

November 7, 2016

Curso de aperfeiçoamento BR040

Introdução

- Quando queremos comparar a média de duas populações, retiramos amostras das duas populações, que podem apresentar tamanhos diferentes.
- Vamos considerar as situações de amostras independentes (as populações não apresentam nenhuma relação entre si) e de amostras dependentes (uma população sofre uma intervenção e avalia-se antes e depois da intervenção para saber se a intervenção resultou algum efeito).

Introdução

1. **1º caso:** amostras independentes e grandes ($n > 30$) ou variâncias populacionais conhecidas.
2. **2º caso:** amostras independentes e pequenas ($n < 30$), mas que apresentam variâncias populacionais desconhecidas e estatisticamente iguais.
3. **3º caso:** amostras independentes e pequenas ($n < 30$), mas que apresentam variâncias populacionais desconhecidas e estatisticamente desiguais.
4. **4º caso:** amostras dependentes.

- A grande diferença para o que foi discutido na aula passada ocorrerá somente na determinação das hipóteses a serem testadas. A hipótese H_0 será:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

Onde:

- μ_1 : média da população 1;
- μ_2 : média da população 2; e
- d_0 corresponde a uma diferença qualquer que você deseja testar.

Introdução

- Geralmente, quando queremos saber se as médias das duas populações são estatisticamente iguais, utilizamos $d_0 = 0$.
- As hipóteses alternativas seguem a mesma linha de raciocínio:

H_0	H_1
$\mu_1 - \mu_2 = 0$	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$
	$\mu_1 - \mu_2 > d_0$
	$\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$

Teste Unilateral para variáveis quantitativas

Teste Unilateral para variáveis quantitativas

- Teste de hipótese:

$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

- A fórmula para realizar este teste seria

$$Z_{\text{calculado}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_{x_1-x_2}}$$

- Se as variâncias são diferentes:

$$S_{x_1-x_2} = \sqrt{\left(\frac{s_1}{\sqrt{n_1}}\right)^2 + \left(\frac{s_2}{\sqrt{n_2}}\right)^2}$$

Teste Unilateral para variáveis quantitativas

- A fórmula para realizar este teste seria

$$Z_{calculado} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_{x_1-x_2}}$$

- Se as variâncias forem iguais:

$$S_{x_1-x_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

sendo que

$$\sigma^2 = \frac{s_1^2 \cdot (n_1 - 1) + s_2^2 \cdot (n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$$

Teste Unilateral para variáveis quantitativas

- **Exemplo:** Nossa amostra da pesquisa da UFMG tinha 350 alunos que estudaram em escola privada com renda média de R\$1500 e desvio-padrão de 1200. Também temos 150 alunos da rede pública com renda média de R\$800 e desvio de 700. Será que há diferença significativa entre renda dos alunos da rede pública e privada (assumindo variância diferente)?

Teste Unilateral para variáveis quantitativas

- Escola privada $\rightarrow n_1 = 350; \bar{x}_1 = 1500; s_1 = 1200$
- Escola pública $\rightarrow n_2 = 150; \bar{x}_2 = 800; s_2 = 700$

$$H_0 : 1500 \leq 800$$

$$H_1 : 1500 > 800$$

$$S_{x_1-x_2} = \sqrt{\left(\frac{1200}{\sqrt{350}}\right)^2 + \left(\frac{700}{\sqrt{150}}\right)^2} = \sqrt{64.14^2 + 57.15^2} = 85.91$$

$$Z_{calculado} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_{x_1-x_2}} = \frac{1500 - 800}{85.91} = 8.15$$

Teste Unilateral para variáveis quantitativas

- Como meu Z_c (8,15) é maior do que meu $Z_{critico}$ (1,65), então rejeito minha hipótese nula de que a renda dos alunos da escola privada é menor igual a renda dos alunos de escola pública.

Teste Unilateral para variáveis qualitativas

Teste Unilateral para variáveis qualitativas

- Teste de hipótese:

$$H_0 : \pi_1 \leq \pi_2$$

$$H_1 : \pi_1 > \pi_2$$

- A fórmula para realizar este teste seria

$$Z_{calculado} = \frac{p_1 - p_2}{S_{p_1 - p_2}}$$

- Se as variâncias são diferentes:

$$S_{p_1 - p_2} = \sqrt{s_{p_1}^2 + s_{p_2}^2}$$

sendo que

$$s_{p_1} = \sqrt{\frac{p_1 \cdot (1 - p_1)}{n_1}}$$

Teste Unilateral para variáveis qualitativas

- **Exemplo:** A UFMG fez uma pesquisa para analisar a relação entre a escola que o aluno estudou e o curso que está matriculado. Observou-se que entre os alunos de escola privada ($n_1 = 350$), 200 estão matriculados em cursos de elite. Entre os alunos de escola pública ($n_2 = 150$), 30 estão matriculados em curso de elite. A diferença entre essas amostra é estatisticamente significativa?

Teste Unilateral para variáveis qualitativas

- Proporções $p_1 = 200/350 = 0.571$ e $p_2 = 30/150 = 0.2$
- Teste de hipótese:

$$H_0 : 0.571 \leq 0.2$$

$$H_1 : 0.571 > 0.2$$

$$s_{p_1} = \sqrt{\frac{0.571 \cdot (1 - 0.571)}{350}} = 0.0264$$

$$s_{p_2} = \sqrt{\frac{0.2 \cdot (1 - 0.2)}{150}} = 0.0327$$

$$s_{p_1 - p_2} = \sqrt{s_{p_1}^2 + s_{p_2}^2} = \sqrt{0.0264^2 + 0.0327^2} = 0.0421$$

Teste Unilateral para variáveis qualitativas

- A fórmula para realizar este teste seria

$$Z_{calculado} = \frac{p_1 - p_2}{S_{p_1 - p_2}} = \frac{0.571 - 0.2}{0.0421} = 8.81$$

- Como $Z_{calculado}$ (8,81) é maior do que $Z_{critico}$ (1,65), rejeito a hipótese nula e aceito a alternativa de que há mais alunos de escola privada estudando em cursos de elite do que alunos de escola pública.